TEMA 1. INTRODUCCIÓN AL MODELADO Y ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA

1.1. GENERALIDADES.

1.2. REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA.

1.3. DESARROLLO EN SERIE.

1.3.1. Cálculo de Armónicos.

1.3.2. Potencia.

1.3.3. Cálculo de valores eficaces.

1.4. FORMULACIÓN SISTEMÁTICA UTILIZANDO VARIABLES DE ESTADO.

GENERALIDADES

- **Años 50: SCR.**
- **Años 70: Microprocesadores.**
- **Años 90:**
  - **ASIC y DSP**
  - **IGBT**
  - **Frecuencias mayores**
  - **Menor tamaño y coste de componentes reactivos**

⇒ **Mayores prestaciones, Menor coste, Posibilidad de emplearlos en nuevas aplicaciones.**

Aplicaciones Industriales:

- **Control de Motores DC, AC (70% de la energía eléctrica consumida).**
- **Fuentes de Alimentación.**
- **Energías Renovables.**

El objetivo de la *ELECTRONICA DE POTENCIA* es:

"Modificar, utilizando dispositivos de estado sólido, la forma de presentación de la energía eléctrica"

- **Uso de Fuentes de Alimentación, Componentes Reactivos e Interruptores. (no Resistencias)**
- **Definición de Interruptor Ideal:**

$R_{off}=\infty, V_{BD}=\infty, T_{on}=0$

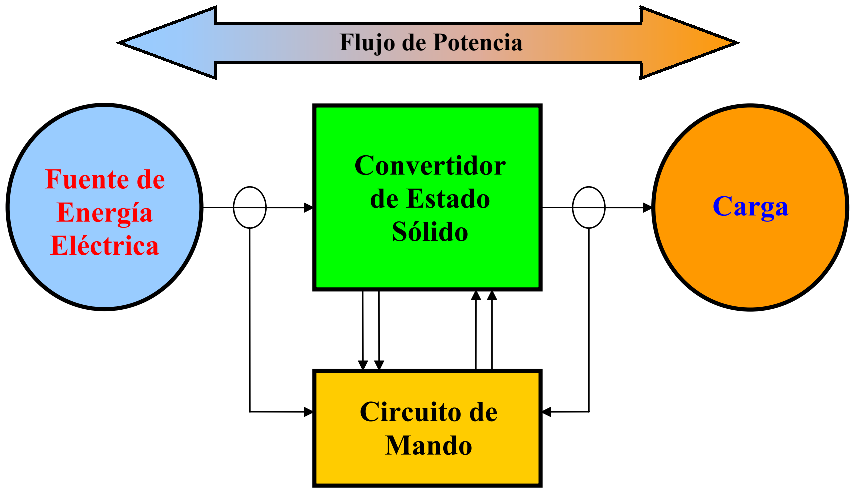
a) Interruptor Abierto

$R_{on}=0, I_{on}=\infty, T_{off}=0$

b) Interruptor Cerrado

Otras características a tener en cuenta son: coste del dispositivo y de los elementos auxiliares, potencia necesaria para controlar el dispositivo.

GENERALIDADES



Fuente de Energía

- Alterna (Mono ó Trifásica):
  - Red Eléctrica
  - Generador aislado:
    - Diesel
    - Eólico
- Continua:
  - Baterías
  - Celdas de Combustible
  - Paneles Solares

Carga

- Alterna (Mono ó Trifásica):
  - Motor
  - Estufa
  - Horno
  - Iluminación
  - ...
- Continua:
  - Motores

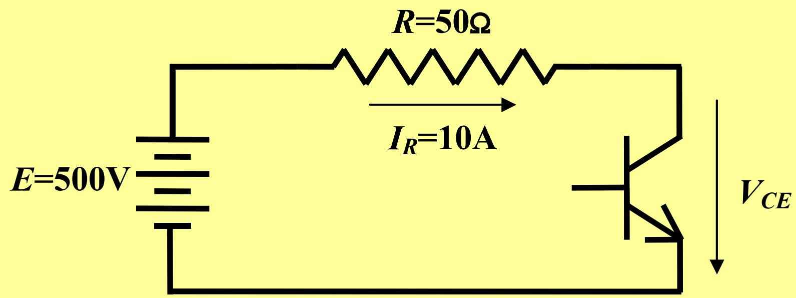
Circuito de mando

- Microprocesadores/DSP
- Circuitos microelectrónicos:
  - ASIC
  - FPGA

Convertidor de potencia

- Interruptores
- Componentes reactivos:
  - Transformadores
  - Bobinas
  - Condensadores

REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA



Ejemplo simple con un solo interruptor.

Real:	I_C	V_{CE}	V_{Res}
Cortado	1mA	499.95V	50mV
Saturado	9.96 Amp	2V	498V

Valores reales

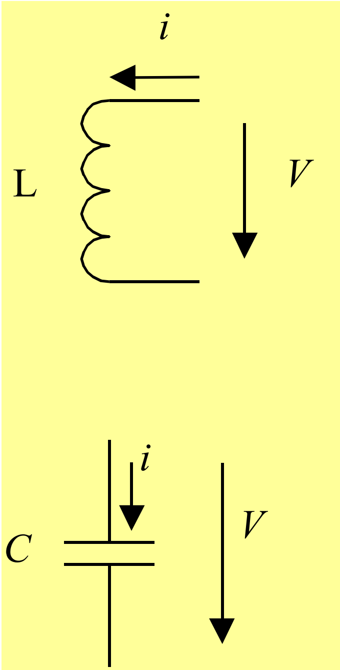
Ideal:	I_C	V_{CE}	V_{Res}
Cortado	0 Amp	500V	0mV
Saturado	10 Amp	0V	500V

Valores ideales

Error (%):	I_C	V_{CE}	V_{Res}
Cortado	0.01	0.01	0.01
Saturado	0.4	0.4	0.4

% de error sobre el valor máximo.

REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA. Elementos Básicos



$$v = L\frac{di}{dt}$$

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)dt$$

$$\xi = \int ivdt = L\int idi = \frac{1}{2}Li^2$$

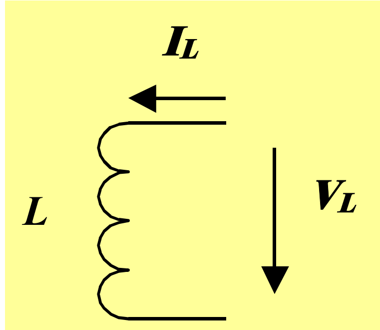
$$i = C\frac{dv}{dt}$$

$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt$$

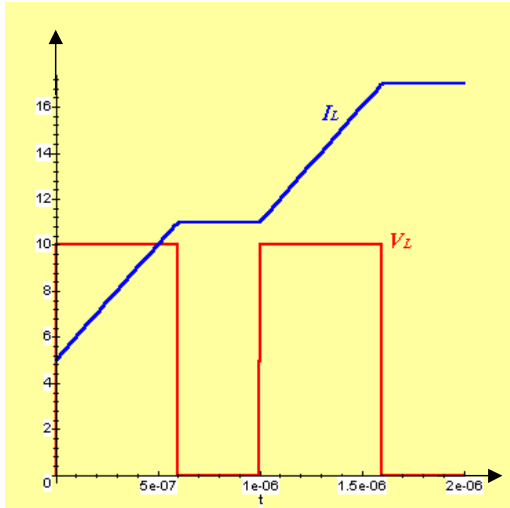
$$\xi = \int ivdt = C\int vdv = \frac{1}{2}Cv^2$$

Ecuaciones fundamentales de Bobinas y Condensadores

REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA. Elementos Básicos

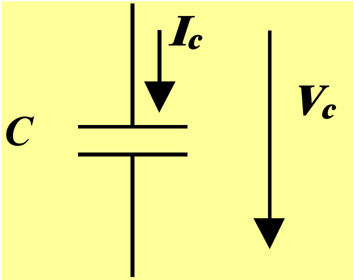


$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)dt$$

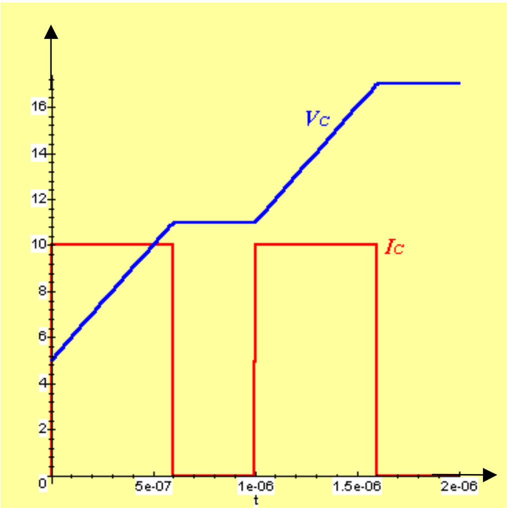


Funcionamiento de una Bobina al aplicar una tensión constante

REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA. Elementos Básicos

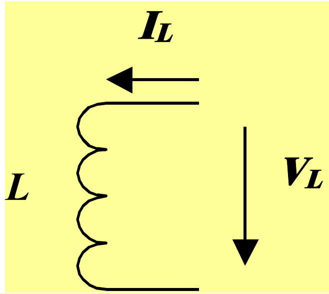


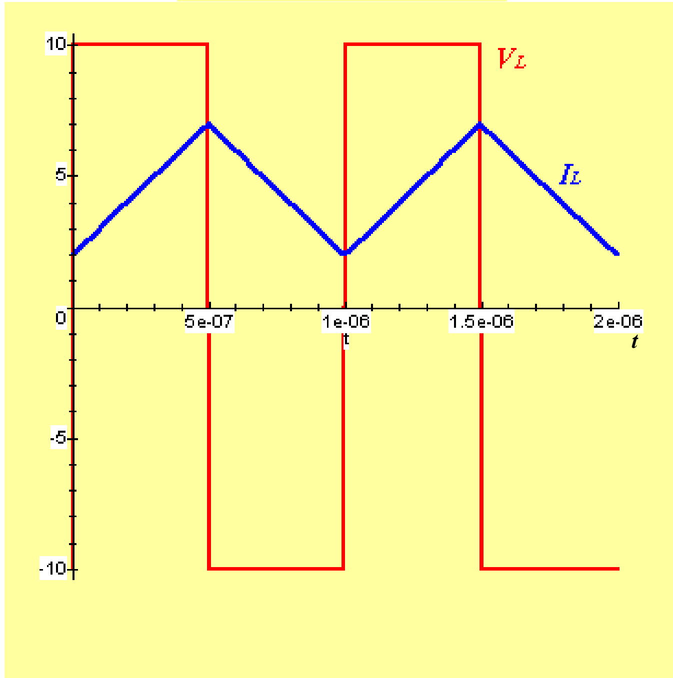
$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt$$



Funcionamiento de un Condensador al aplicar una corriente constante

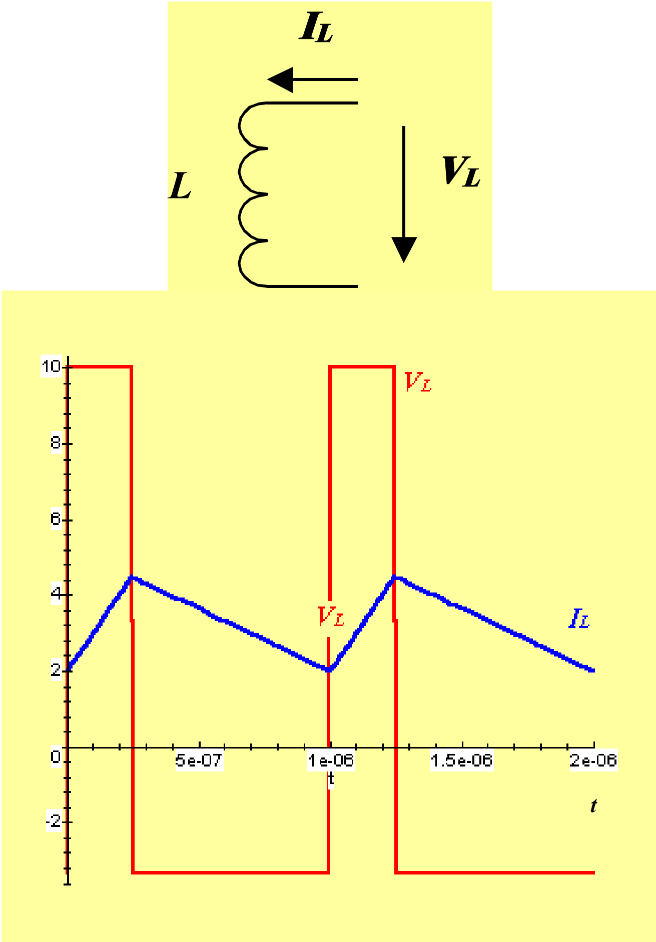
REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA. Elementos Básicos





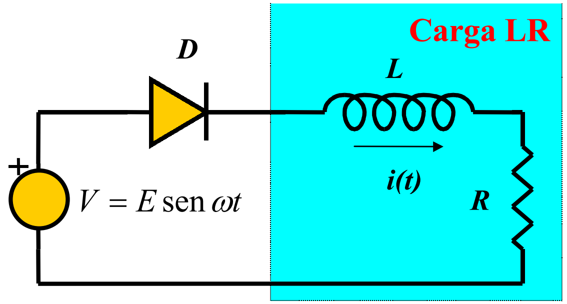
Funcionamiento de una Bobina al aplicar una tensión alternada positiva y negativa

REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA. Elementos Básicos

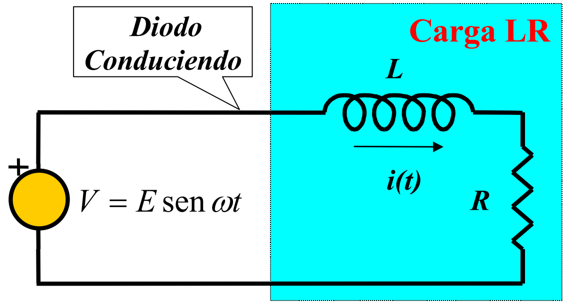


Funcionamiento de una Bobina al aplicar una tensión alternada positiva y negativa

REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA. Ejemplo



Suponiendo como condición inicial *i(0)=0*, cuando *V* se hace positivo en *t=0*, el diodo se polariza directamente y empieza a conducir. El circuito equivalente si se supone el diodo ideal será:



Circuito equivalente en el primer intervalo

Ecuación de mallas: $V = E \cdot \operatorname{sen} \omega \cdot t = R \cdot i + L \dfrac{di}{dt}$

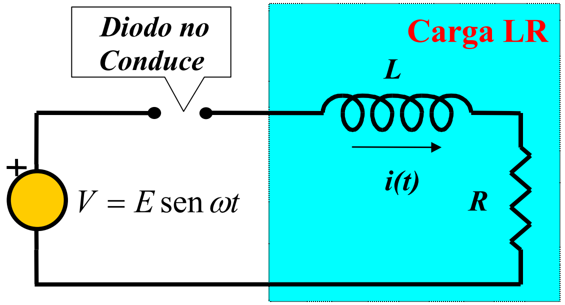
que, para *i(0) = 0* tiene una solución del tipo:

$$i(t) = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \left(\operatorname{sen} \varphi \cdot e^{-\frac{Rt}{L}} + \operatorname{sen}(\omega \cdot t - \varphi) \right)$$

Este circuito es válido para el análisis en tanto $i(t) \geq 0$. Sea t_1 el instante en el que la intensidad se anula. El valor de t_1 se obtiene de resolver la ecuación $i(t_1)=0$

REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA. Ejemplo

Si $t>t_1$ en el circuito anterior resulta $i(t_1)<0$ y el diodo debería conducir una corriente negativa. A partir de ese instante, el circuito anterior no es válido ya que el diodo se corta. El nuevo circuito equivalente es:



Circuito equivalente en el segundo intervalo

Este circuito es válido hasta que la tensión de la fuente se hace positiva en $t=2\pi/\omega$. A partir de este instante, vuelve a ser válido el circuito del intervalo 1.

⇒ El funcionamiento en régimen permanente es una sucesión de intervalos en régimen transitorio.

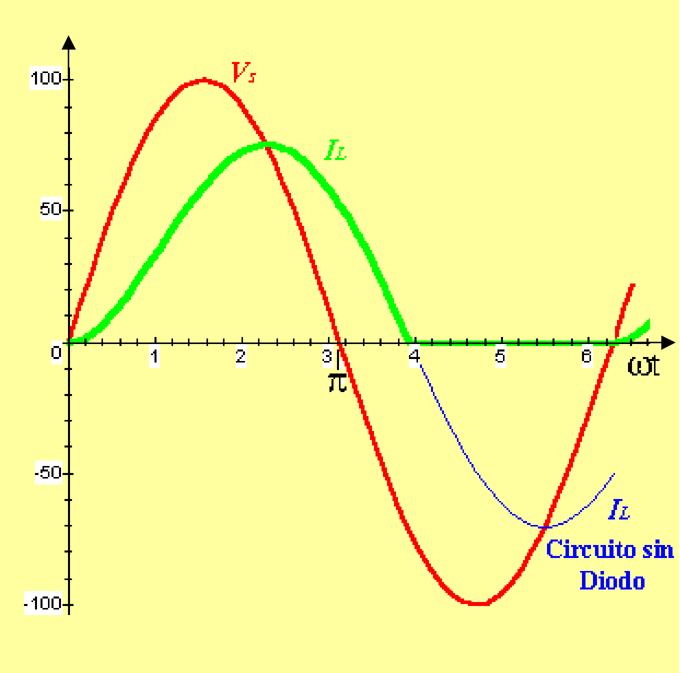
REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA. Ejemplo

$$V = E \cdot \operatorname{sen} \omega \cdot t = R \cdot i + L \frac{di}{dt}$$

cuya solución para $i(0) = 0$ es:

$$i(t) = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \left(sen\varphi \cdot e^{-\frac{Rt}{L}} + sen(\omega \cdot t - \varphi) \right)$$

Gráficamente:



REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA. Resumen

Los circuitos de potencia son circuitos *no lineales* dado que tienen componentes no lineales. No obstante, considerando sus componentes como elementos de conmutación ideales, el análisis en régimen permanente de los circuitos de potencia puede realizarse mediante la resolución de una sucesión de circuitos lineales en régimen transitorio, cada uno de los cuales tiene validez durante periodos de tiempo denominados intervalos. Los limites de estos intervalos vienen fijados por los denominados parámetros de control.

Estos parámetros de control tienen, principalmente, dos causas:

1. Excitaciones externas, tales como fuentes que varían su valor, disparo de tiristores o variaciones en la polarización de base de los transistores y

2. Condiciones umbrales de los dispositivos de potencia, las cuales, si se alcanzan, provocan un cambio de estado del dispositivo. Consideremos, por ejemplo, una tensión ánodo-cátodo negativa en un diodo en conducción o una tensión superior a la de ruptura en dispositivos de avalancha.

En todo circuito se puede escoger un conjunto de variables (normalmente tensión en condensadores y corriente o flujo en bobinas) representativas de una energía almacenada, cuyo valor no puede alterarse bruscamente. Estas variables, cuyo conjunto recibe el nombre de *condiciones de contorno*, nos permiten relacionar cada intervalo con el siguiente. El valor de estas condiciones de contorno al finalizar un intervalo constituyen, precisamente, las condiciones iniciales para el cálculo del intervalo siguiente.

Estas condiciones de contorno se complementan con la *condición de periodicidad* característica del funcionamiento en régimen permanente. Los valores finales en el último intervalo de las variables de contorno deben corresponderse con sus valores iniciales del primer intervalo.

REGLAS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA. Resumen

En el circuito no lineal del ejemplo, puede representarse por el circuito lineal de la figura (intervalo 1) durante el intervalo $(0,t_1)$ y por el circuito lineal de la figura (intervalo2) durante el intervalo $(t_1, 2\pi/\omega)$.

El paso de un intervalo a otro es debido a la conmutación del diodo al pasar por cero su corriente.

La condición de contorno que liga ambos intervalos es el valor de la corriente en la bobina.

Nótese que si, en el ejemplo anterior, $t_1 > 2\pi/\omega$, el diodo nunca se cortaría y el circuito de la figura (intervalo 1) sería una adecuada representación del circuito original en todos los instantes de su funcionamiento en régimen permanente.

Por ello, *no podemos saber a priori cuantos intervalos habrá y cual será su duración*, ya que dependerá de los parámetros del circuito e incluso, en algunos casos, de sus condiciones iniciales de funcionamiento.

DESARROLLO EN SERIE. Cálculo de Armónicos

Es usual que en la resolución de un circuito de potencia se obtengan expresiones muy complejas para las variables de interés, con términos exponenciales y términos senoidales de distinta fase y frecuencia.

En la mayor parte de los casos nuestro interés se centrará exclusivamente en una determinada componente de frecuencia de la señal (típicamente su valor medio y su primer armónico) o en su valor eficaz (a efectos térmicos). En muchos casos, incluso, el resto de las componentes serán indeseables, debiéndose estimar su magnitud a efectos de diseño de filtros que eliminen su presencia.

En general, dada una señal periódica, de periodo T, se definen los siguientes parámetros que caracterizan la señal:

- Valor de pico $I_p = max|i(t)|, \quad 0 \le t \le T$

Pueden distinguirse dos valores de pico (positivo y negativo) para considerar los casos de polarización directa e inversa.

- Valor Medio $I_m = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\cdot dt$ **, También se le representa como** I_{AV}

Para el cálculo de la corriente media empleada para dimensionar un dispositivo, se calcula el valor medio del valor absoluto de la señal.

- Valor eficaz $I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}$ **, También se le representa como** I_{RMS}

- Factor de forma $f = \frac{I}{I_m} = \frac{I_{RMS}}{I_{AV}}$

- Factor de pico $f = \frac{I_p}{I} = \frac{I_{max}}{I_{RMS}}$

DESARROLLO EN SERIE. Cálculo de Armónicos

Dado que es conveniente en muchos casos conocer las componentes armónicas de una forma de onda, vamos a recordar en que consiste el *desarrollo en serie de Fourier*. Toda función periódica que cumple ciertas propiedades puede ser descompuesta en una suma de senos y cosenos denominada desarrollo en serie de Fourier de la función:

$$i(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}\left(A_k\cdot\cos(k\omega_0 t) + B_k\cdot\mathrm{sen}(k\omega_0 t)\right)$$

donde:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$A_k = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} i(t)\cdot\cos(k\omega_0 t)\cdot dt\,, \qquad k = 0,1,2\ldots$$

$$B_k = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} i(t)\cdot\mathrm{sen}(k\omega_0 t)\cdot dt\,, \qquad k = 1,2,3\ldots$$

El término $\frac{A_0}{2}$ **es el valor medio de la función. Al término** $A_k\cdot\cos(k\omega_0 t) + B_k\cdot\mathrm{sen}(k\omega_0 t)$ **se le denomina armónico de orden *k*. Al armónico de orden 1 se le denomina también componente fundamental.**

El módulo del armónico de orden *k* viene dado por: $I_{kp} = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$

y su valor eficaz: $I_k = \frac{I_{kp}}{\sqrt{2}}$

Empleando esta nomenclatura, el desarrollo en serie de Fourier se puede reescribir como:

$$i(t) = I_m + \sum_{k=1}\sqrt{2}\cdot I_k\cdot\mathrm{sen}(k\omega_0 t - \Phi_k)$$

DESARROLLO EN SERIE. Cálculo de Armónicos

En determinados casos el desarrollo en serie de la función se puede simplificar:

- **para el caso en que la función sea par,** $f(t) = f(-t)$ **los términos en seno desaparecen, por tanto** $B_k = 0$.
- **para el caso en que la función sea impar,** $f(t) = -f(-t)$ **los términos en coseno desaparecen, por tanto** $A_k = 0$.
- **para el caso de función alternada,** $f(t) = -f(t + T/2)$ **los armónicos de orden par desaparecen, por tanto,** $A_{2k} = B_{2k} = 0$.

El valor eficaz de la señal vendrá dado por:

$$I = \sqrt{I_m^2 + \frac{\left(A_1^2 + B_1^2\right)}{2} + \frac{\left(A_2^2 + B_2^2\right)}{2} + \cdots} = \sqrt{I_m^2 + I_1^2 + I_2^2 + \cdots} \qquad \text{(A)}$$

Se define la distorsión del armónico *k* como la relación $D_k = \frac{I_k}{I_1}$ **donde** I_k **es el valor eficaz del *k*-ésimo armónico.**

Se define la distorsión total como: $D_t = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \cdots}}{I_1} = \sqrt{D_2^2 + D_3^2 + \cdots}$

Al parámetro D_t **se le llama también *THD* (Distorsión Armónica Total).**

De la definición anterior y de (A), se deduce: $I = \sqrt{I_m^2 + I_1^2 \cdot \left(1 + D_t^2\right)}$

De la misma forma, pueden definirse magnitudes análogas para las *tensiones*, con la salvedad de que en el caso de la red eléctrica los armónicos en tensión no suelen ser significativos.

DESARROLLO EN SERIE. Potencia

La *potencia media* se define como:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T v(t) \cdot i(t) \cdot dt$$

Si se sustituye *i(t)* por su desarrollo en serie de Fourier y la tensión por $\sqrt{2} \cdot V \cdot \mathrm{sen}\left(\omega_0 t\right)$, **(tensión rígida) y teniendo en cuenta que las integrales en un período de un seno, o de los productos cruzados de senos y cosenos o productos de razones trigonométricas de diferente frecuencia son nulas, quedará:**

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T \sqrt{2} \cdot V \cdot \mathrm{sen}\left(\omega_0 t\right) \cdot \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \mathrm{sen}\left(\omega_0 t - \Phi_1\right) dt = V \cdot I_1 \cdot \cos\Phi_1$$

donde Φ_1 **es el ángulo de desfase entre** $v(t)$ **y el primer armónico de** $i(t)$.

⇒ los armónicos no contribuyen a la potencia media (real o activa).

La *potencia aparente*, se define como el producto de los valores eficaces de la tensión y la corriente (cuyo valor como se ha visto depende de los armónicos presentes).

$$S = V \cdot I$$

El *factor de potencia (PF)* se define como:

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{V \cdot I_1 \cdot \cos\Phi_1}{V \cdot I} = \frac{I_1}{I} \cdot \cos\Phi_1 = \frac{I_1}{I} \cdot DPF$$

donde *DPF* es el *factor de potencia debido al desfase*, la ecuación anterior puede reescribirse (para ondas cuyo valor medio sea cero, como es habitual en sistemas de alimentación alterna):

$$\boxed{PF = \frac{1}{\sqrt{1 + D_t^2}} \cdot DPF} \Rightarrow$$

la existencia de armónicos hace que disminuya el factor de potencia

DESARROLLO EN SERIE. Cálculo de valores eficaces

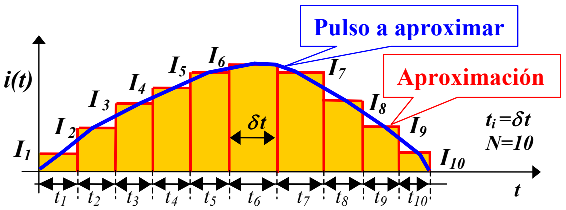
La expresión que permite calcular el valor eficaz de una señal puede obligar a realizar complejos cálculos, por lo que en algunos casos conviene simplificarla, de forma que en un período, la señal se descompone en N intervalos de tiempo consecutivos, con tal de que no coincidan en un instante dos o más con valor no nulo.

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}$$

En general, si se conocen los valores eficaces de cada intervalo, puede aplicarse la fórmula:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \cdots I_N^2}$$

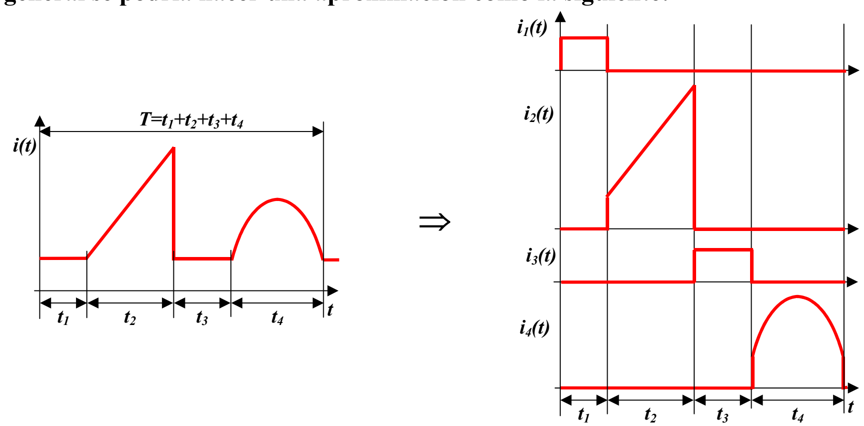
Se puede hacer por ejemplo:



Si se aproxima por N intervalos cuadrados de igual duración, el valor eficaz es:

$$I = \sqrt{\frac{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \cdots + I_N^2}{N}}$$

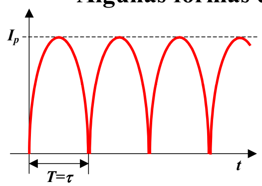
En general se podría hacer una aproximación como la siguiente:



En este caso son de utilidad las fórmulas siguientes:

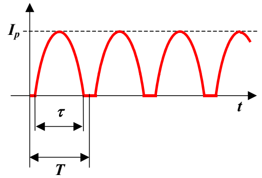
DESARROLLO EN SERIE. Cálculo de valores eficaces

Algunas formas de onda usuales y sus valores eficaces son:



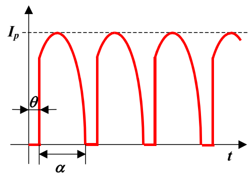
Onda completa senoidal:

$$I = \frac{I_p}{\sqrt{2}}$$



Onda senoidal recortada por nivel:

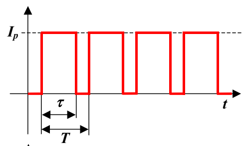
$$I = I_p\sqrt{\frac{D}{2}}\text{, con } D = \frac{\tau}{T}$$



Onda senoidal recortada por ángulo de fase:

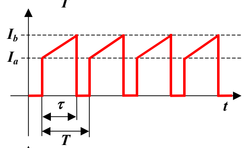
$$I = I_p\sqrt{\frac{D}{2} + \frac{sen(\alpha(1-D))\cos(\pi(1-D))}{2\pi}}$$

$$D = 1 - \frac{\theta}{\alpha}\text{; } (\alpha, \theta \text{ en radianes})$$



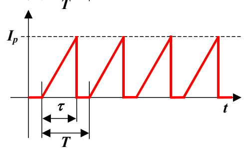
Onda rectangular:

$$I = I_p\sqrt{D} \quad \text{con} \quad D = \tau/T$$



Onda trapezoidal:

$$I = \sqrt{D\frac{\left(I_b^2 + I_a I_b + I_a^2\right)}{3}} \quad \text{con} \quad D = \tau/T$$



Onda triangular:

$$I = I_p\sqrt{\frac{D}{3}} \quad \text{con} \quad D = \tau/T$$

FORMULACIÓN SISTEMÁTICA UTILIZANDO VARIABLES DE ESTADO

El comportamiento de cualquier sistema dinámico puede representarse por un conjunto de ecuaciones diferenciales de la forma:

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1\left(x_1(t), \cdots x_n(t), u_1(t), \cdots u_m(t)\right)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_2\left(x_1(t), \cdots x_n(t), u_1(t), \cdots u_m(t)\right)$$

$$\vdots$$

$$\frac{dx_n}{dt} = f_n\left(x_1(t), \cdots x_n(t), u_1(t), \cdots u_m(t)\right)$$

donde x_i son las variables de estado del sistema y u_i las entradas.

Cuando las funciones f_i no dependen del tiempo, el sistema se denomina invariante en el tiempo. Si f_i son lineales, entonces el sistema se dice lineal. Un sistema lineal e invariante en el tiempo, se denomina *LTI.* Para estos últimos:

$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u$; $y = C \cdot x + D \cdot u$; **donde *A, B, C* y *D* son matrices constantes e y es el vector de salidas del sistema.**

Los circuitos de potencia no son circuitos *LTI*, pero ya hemos visto que, asumiendo sus componentes como dispositivos de conmutación ideales, su análisis se reduce a una secuencia de circuitos *LTI* .

Para cada intervalo resulta un sistema de ecuaciones $\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u$; $y = C \cdot x + D \cdot u$; **con un vector de entradas *u(t)* conocido y un valor inicial de las variables de estado *x(0)* (estas últimas pueden no ser conocidas). La solución del sistema es de la forma:**

$x(t) = e^{At} \cdot x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} \cdot B \cdot u(\tau) \cdot d\tau$ **siendo e^{At} una integral matricial.**

Al no conocer los valores iniciales de los intervalos, normalmente será necesario iterar.